

# Logica delle proposizioni

---

- $\{ F , V \}$  : valori (F=falso, V=vero)
- OR : operatore binario chiuso  
detto anche *disgiunzione* logica
- AND : operatore binario chiuso  
detto anche *congiunzione* logica
- NOT : operatore unario chiuso  
detto anche *negazione* logica

# Logica delle proposizioni

## Tabella di verità dell'operatore OR

OPERANDI		RISULTATO
A	B	C
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

# Logica delle proposizioni

## Tabelle di verità degli operatori AND e NOT

OPERANDI		RISULTATO
A	B	C
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

OPERANDO	RISULTATO
A	C
F	V
V	F

# Algebra di Boole

---

- La logica delle proposizioni è un'algebra di Boole
- Legge di dualità:

Da qualsiasi identità booleana se ne può trarre un'altra per dualità, sostituendo cioè ad ogni operatori e ai valori F e T il rispettivo duale

# Proprietà

---

commutativa:

$$a \text{ OR } b = b \text{ OR } a$$

$$a \text{ AND } b = b \text{ AND } a$$

associativa:

$$(a \text{ OR } b) \text{ OR } c = a \text{ OR } (b \text{ OR } c)$$

$$(a \text{ AND } b) \text{ AND } c = a \text{ AND } (b \text{ AND } c)$$

idempotenza:

$$a \text{ OR } a = a$$

$$a \text{ AND } a = a$$

# Proprietà

---

distributiva:

$$a \text{ AND } (b \text{ OR } c) = (a \text{ AND } b) \text{ OR } (a \text{ AND } c)$$

$$a \text{ OR } (b \text{ AND } c) = (a \text{ OR } b) \text{ AND } (a \text{ OR } c)$$

del minimo e del massimo:

$$a \text{ AND } F = F$$

$$a \text{ OR } V = V$$

del complemento:

$$a \text{ AND } (\text{NOT } a) = F$$

$$a \text{ OR } (\text{NOT } a) = V$$

# Teorema di De Morgan

---

$$a \text{ OR } b = \text{NOT} ((\text{NOT } a) \text{ AND } (\text{NOT } b))$$

$$a \text{ AND } b = ((\text{NOT } a) \text{ OR } (\text{NOT } b))$$

Dimostrazione usando le tabelle di verità

# Precedenza degli operatori

- In ordine di priorità dalla maggiore alla minore:

NOT

AND

OR

- Esempi:

a OR b AND c **equivale a** a OR (b AND c)

a OR NOT b **equivale a** a OR (NOT b)

a OR NOT b AND c **equivale a** a OR ((NOT b) AND c)