

B

Sistemi di numerazioni e metodi di trasformazione

Nei calcolatori attuali vengono utilizzati quattro sistemi di numerazione: binario, in base otto, decimale ed esadecimale. Ognuno di essi ha pregi che ne giustificano l'uso in particolari fasi del processo di analisi digitale. Nel primo paragrafo verranno descritti i quattro sistemi e nel secondo si vedrà come trasformare un numero da una forma all'altra.

B.1 Sistemi di numerazione

I sistemi di numerazione che verranno trattati in questo paragrafo sono di natura posizionale: il valore di una cifra dipende da come essa è collocata rispetto alle altre. I costituenti di un numero sono detti cifre (binarie, in base otto, decimali o esadecimali) e sono disposti da destra a sinistra per valore crescente. Per tale ragione la prima cifra a sinistra è detta cifra più significativa, mentre l'ultima a destra è detta cifra meno significativa (Figura B.1). Nel numero decimale 1.234, per esempio, 1 è la cifra più significativa, 4 quella meno significativa.

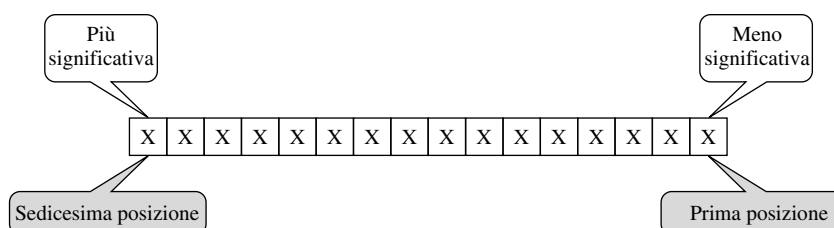


Figura B.1 Posizione delle cifre e loro importanza.

Numeri decimali

Il sistema di numerazione decimale, detto anche sistema in base 10, è di certo il più diffuso e familiare. I termini e le parole che vengono usate nella vita di tutti i giorni per far riferimento a quantità misurabili sono derivati dal sistema di numerazione decimale. La parola *decimale* proviene dal termine latino *decem* che vuol dire dieci. Tale sistema di numerazione fa uso delle dieci cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Nel sistema di numerazione decimale vengono usate le dieci cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Pesi e valori

Nel sistema decimale il peso di ciascuna cifra è pari a 10 elevato alla posizione occupata dalla cifra. Il peso della prima cifra, quindi, è $10^0 = 1$ e il valore ad essa associato è dato dalla cifra moltiplicata per 1, cioè dalla cifra stessa. Il peso della seconda cifra, invece, è $10^1 = 10$ e il valore ad essa associato è dato dalla cifra moltiplicata per 10. Analogamente il peso della terza cifra è $10^2 = 100$ e il valore ad essa associato è dato dalla cifra moltiplicata per 100 (Tabella B.1).

Tabella B.1 Pesi decimali.

Posizione	Quinta	Quarta	Terza	Seconda	Prima
Peso	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
	(10000)	(1000)	(100)	(10)	(1)

Il valore dell'intero numero è dato dalla somma dei valori delle singole cifre, ovvero dalla somma delle singole cifre pesate con il peso corrispondente. Nella Figura B.2 sono mostrati i pesi delle cifre costituenti il numero 4567.

4	5	6	7	Cifre
1000	100	10	1	Pesi
4000	500	60	7	Risultati
+				
4567				

Figura B.2 Esempio di un numero decimale.

Numeri binari

Il sistema di numerazione binario, detto anche sistema in base due, è usato dai calcolatori elettronici per le loro operazioni di base. I costituenti elettronici dei calcolatori sono attraversati da corrente elettrica in due possibili stati: on e off (acceso e spento); d'altro canto il sistema di numerazione binario usa due soli simboli, 0 e 1. È naturale, quindi, che tale sistema venga usato negli elaboratori elettronici con i simboli 0 e 1 a rappresentare rispettivamente gli stati off e on. Si osserva, infine, che l'aggettivo *binario* proviene dal latino, lingua in cui il prefisso *bi* viene usato per indicare il numero due.

Nel sistema di numerazione binario sono usati i due simboli 0 e 1.

Pesi e valori

Il sistema binario, così come quello decimale, fa uso del concetto di peso. Il peso associato a ciascuna cifra dipende dalla posizione occupata dalla cifra nel numero ed è pari a due elevato alla posizione (Tabella B.2). In tabella il peso è riportato sia in forma esponenziale che in forma decimale. Il valore associato a una cifra è dato dalla cifra stessa moltiplicata per il suo peso.

Tabella B.2 Pesi binari.

<i>Posizione</i>	Quinta	Quarta	Terza	Seconda	Prima
<i>Peso</i>	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	(16)	(8)	(4)	(2)	(1)

Il valore dell'intero numero è dato dalla somma delle singole cifre moltiplicate per il peso corrispondente. Nella Figura B.3 sono mostrati i pesi delle cifre costituenti il numero binario 1101, equivalente al numero decimale 13.

1	1	0	1	Cifre
8	4	2	1	Pesi
8	4	0	1	Risultati
+				
13				

Figura B.3 Esempio di un numero binario.

Numeri in base otto

La numerazione in base otto è usata dai programmatori per rappresentare i numeri binari in forma compatta. 8 è una potenza di 2 (2^3) e quindi può essere usato come modello del concetto binario. Tale sistema di numerazione fa uso di otto cifre: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

Nel sistema di numerazione in base otto vengono usate le otto cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

Pesi e valori

Il sistema di numerazione in base otto fa uso del concetto di peso. Il peso associato a ciascuna cifra dipende dalla posizione occupata dalla cifra nel numero ed è pari a otto elevato alla posizione (Tabella B.3). In tabella il peso è riportato sia in forma esponenziale che in forma decimale. Il valore associato a una cifra è dato dalla cifra stessa moltiplicata per il suo peso. Il valore associato alla cifra 4 posta in terza posizione è, ad esempio, $4 \times 8^2 = 4 \times 64 = 256$.

Tabella B.3 Pesi ottali.

Posizione	Quinta	Quarta	Terza	Seconda	Prima
Peso	8^4	8^3	8^2	8^1	8^0
	(4096)	(512)	(64)	(8)	(1)

Il valore dell'intero numero è dato dalla somma delle singole cifre moltiplicate per il peso corrispondente. Nella Figura B.4 sono mostrati i pesi delle cifre costituenti il numero in base otto 3471, equivalente al numero decimale 1849.


3	4	7	1	Cifre
512	64	8	1	Pesi
1536	256	56	1	Risultati
<div style="text-align: center;">  </div>				
1849				

Figura B.4 Esempio di un numero ottale.

Numeri esadecimali

La parola esadecimale deriva dal termine greco *hexadeca*, che vuol dire sedici (*hex* = 6 e *deca* = 10). Il sistema esadecimale, quindi, si basa sul numero sedici, che

è una potenza di due, $16 = 2^4$, e pertanto anch'esso viene usato per rappresentare in forma compatta i numeri binari. Il sistema di numerazione esadecimale fa uso di sedici cifre: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F.

Nel sistema di numerazione esadecimale vengono usate le sedici cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F.

Pesi e valori

Il sistema esadecimale, così come quelli discussi in precedenza, fa uso del concetto di peso. Il peso associato a ciascuna cifra dipende dalla posizione occupata dalla cifra nel numero ed è pari a sedici elevato alla posizione (Tabella B.4). In tabella il peso è riportato sia in forma esponenziale che in forma decimale. Il valore associato a una cifra è dato dalla cifra stessa moltiplicata per il suo peso. Il valore associato alla cifra 4 posta in terza posizione è, ad esempio, $4 \times 16^2 = 4 \times 256 = 1024$.

Tabella B.4 Pesi esadecimali.

Posizione	Quinta	Quarta	Terza	Seconda	Prima
Peso	16^4 (65536)	16^3 (4096)	16^2 (256)	16^1 (16)	16^0 (1)

Il valore dell'intero numero è dato dalla somma delle singole cifre moltiplicate per il peso corrispondente. Nella Figura B.5 sono mostrati i pesi delle cifre costituenti il numero esadecimale 3471, equivalente al numero decimale 13425.

3	4	7	1	Cifre
4096	256	16	1	Pesi
12288	1024	112	1	Risultati
+				
13425				

Figura B.5 Esempio di un numero esadecimale.

B.2 Passaggio da un sistema all'altro

Come si è visto in precedenza un numero può essere rappresentato in forme diverse, ovviamente è possibile convertire un numero da un sistema a un altro senza alterarne il valore. Per esempio un numero può essere trasformato dalla sua forma

Tabella B.5 Confronto tra i quattro sistemi.

<i>Decimale</i>	<i>Binario</i>	<i>Ottale</i>	<i>Esadecimale</i>
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

decimale a quella binaria e viceversa. In Tabella B.5 sono riportate le diverse forme dei primi sedici numeri interi positivi a partire da zero. La rappresentazione binaria del numero decimale 13 è, per esempio, 1101, quella in base otto è 15 e quella esadecimale è D.

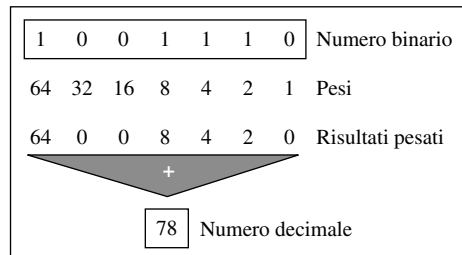
Conversione in decimale

Come si è discusso in precedenza la conversione di un numero binario, in base otto o esadecimale nella sua forma decimale è estremamente semplice e viene effettuata sommando i valori associati a ogni cifra del numero. Nella Figura B.6 sono riportate le forme binaria, in base otto ed esadecimale del numero decimale 78.

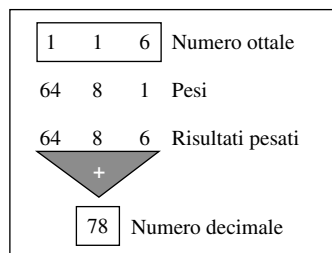
Conversione di un numero decimale

La conversione di un numero decimale in una delle altre tre forme può essere realizzata con il metodo illustrato nella Figura B.7.

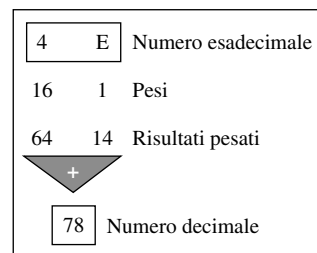
La trasformazione da decimale a binario viene effettuata dividendo il numero decimale per due: il resto, 0 o 1, rappresenta la cifra meno significativa del numero binario, il quoziente, invece, se diverso da zero, viene diviso nuovamente per due e il resto della nuova divisione fornisce la successiva cifra binaria. L'algoritmo si arresta quando il quoziente delle divisioni successive si annulla.



a. Da binario a decimale



b. Da ottale a decimale



c. Da esadecimale a decimale

Figura B.6 Trasformazione dei sistemi binario, ottale ed esadecimale al sistema decimale.

Nella Figura B.7 sono illustrati i passi successivi che permettono di convertire il numero decimale 78 nella sua forma binaria 1001110. Per esercizio verifichiamo che convertendo 1001110 in decimale si ottiene 78:

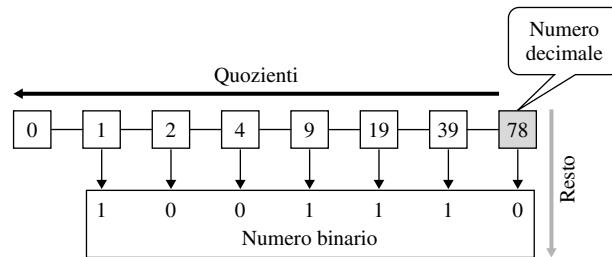
$$2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 64 + 8 + 4 + 2 = 78$$

La conversione dalla forma decimale a quella in base otto e a quella esadecimale è realizzata in modo analogo, con divisore rispettivamente otto e sedici.

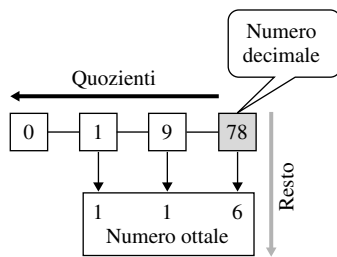
Dalla base due alle basi otto e sedici

La trasformazione dalla base due a quella otto viene effettuata raggruppando le cifre binarie in gruppi di tre cifre da destra verso sinistra. Ogni terna viene quindi trasformata nella corrispondente cifra ottale (numero compreso tra 0 e 7) e tutte le cifre prese nell'ordine forniscono la versione in base otto del numero di partenza. Nella Figura B.8 il numero binario 1001110 viene convertito nel numero in base otto 116.

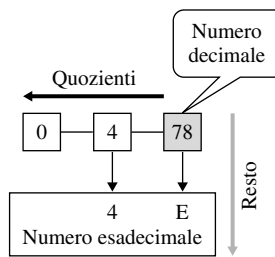
La trasformazione dalla base due alla base sedici è analoga. Le cifre binarie, però, vengono prese quattro a quattro e ogni quaterna viene trasformata nella sua corrispondente cifra esadecimale in accordo con i valori riportati in Tabel-



a. Da decimale a binario



b. Da decimale a ottale



c. Da decimale a esadecimale

Figura B.7 Trasformazione dal sistema decimale agli altri sistemi.

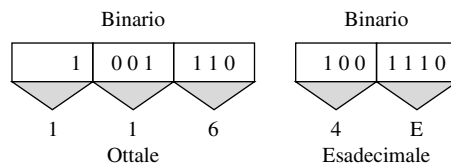


Figura B.8 Trasformazione da binario a ottale e a esadecimale.

la B.5. Nella Figura B.8 il numero binario 1001110 viene convertito nel numero esadecimale 4E.

Dalle basi otto e sedici alla base due

La conversione dalla base otto alla base due viene effettuata con la procedura inversa a quella descritta nel paragrafo precedente: ogni cifra del numero in base otto viene convertita nella sua forma binaria e le cifre binarie così ottenute vengono raggruppate per formare il numero binario. Nella Figura B.9 il numero in base otto 116 viene scritto nella sua forma binaria 1001110.

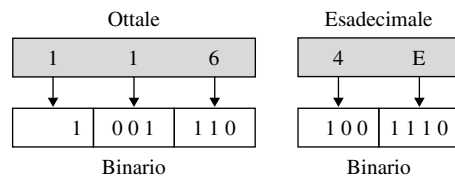


Figura B.9 Trasformazione da ottale e esadecimale a binario.

Anche la conversione dalla base sedici alla base due viene effettuata con la procedura inversa a quella descritta nel paragrafo precedente: ogni cifra del numero in base sedici viene convertita nella sua forma binaria e le cifre binarie così ottenute vengono raggruppate per formare il numero binario. Nella Figura B.9 il numero in base sedici 4E viene scritto nella sua forma binaria 10011110.